Rotaciono kretanje

Ugaone veličine

Ugaona kinematika

Kotrljanje

Razmatrajmo apsolutno čvrsto telo tj., telo koje se ni pod kakvom silom ne deformiše.

Mi smo već izučavali translaciono kretanje i sada znamo da se ono može opisati kao kretanje centra mase.

Mi ćemo početi razmatranje čisto rotacionog kretanja (centar mase ne menja svoje xyz koordinate)… ali ćemo uskoro razmatrati objekte koji se i transliraju i rotiraju.

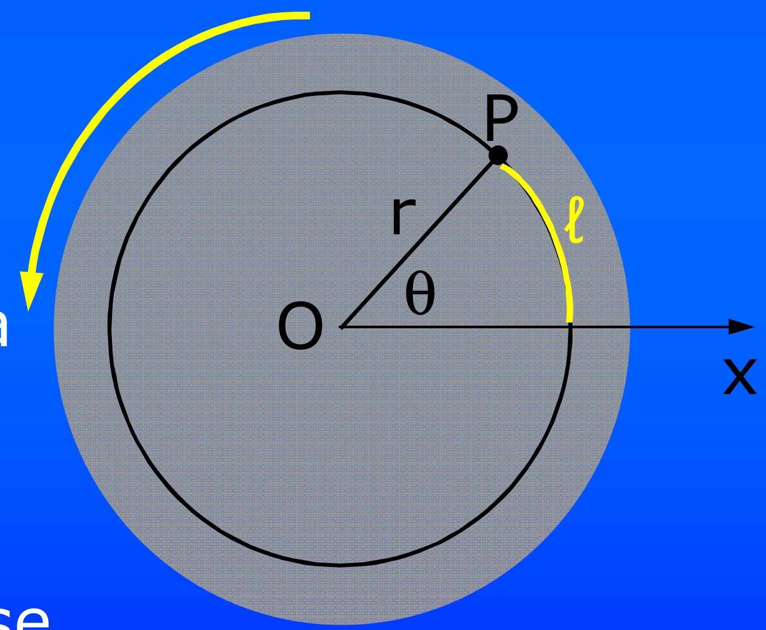
Ugaone veličine

Za rotaciono kretanje, uglove ćemo izražavati u radianima umesto u stepenima.

Posmatraj tačku P negde na rotirajućem okruglom disku.

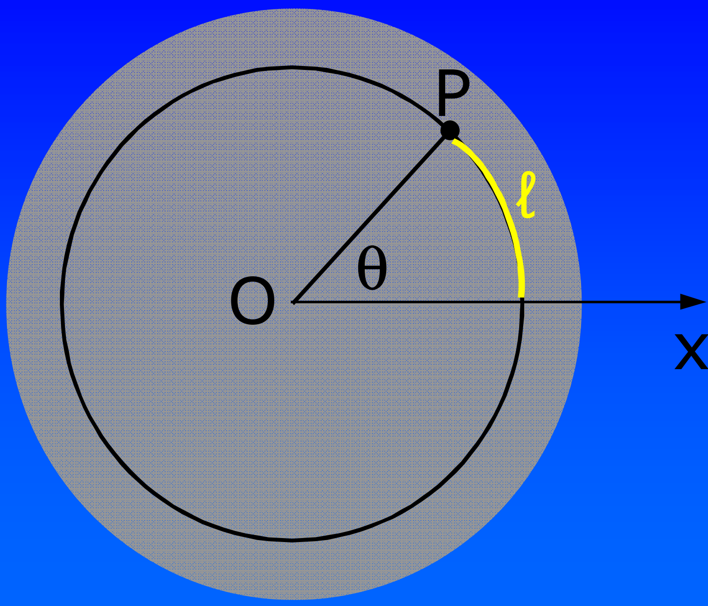
P je na rastojanju r od centra diska.

Izaberimo x-osu da bude horizontalna. Tada linija od centra do tačke P čini ugao θ sa x-osom.



$\theta = \ell / r$, gde je ℓ dužina luka od x-ose do tačke P.

Ako je ugao θ 360^0, dužina luka je $2\pi r$, tako da je 2π radiana isto što i 360^0. To je lak način pamćenja konverzije između stepeni i radiana.



Ugao je bezdimenziona veličina jer predstavlja odnos dve dužine.

Kada izučavamo translacionu kinematiku nekog tela, mi, kretanje definišemo, specificirajući položaj tela, njegovu brzinu i ubrzanje.

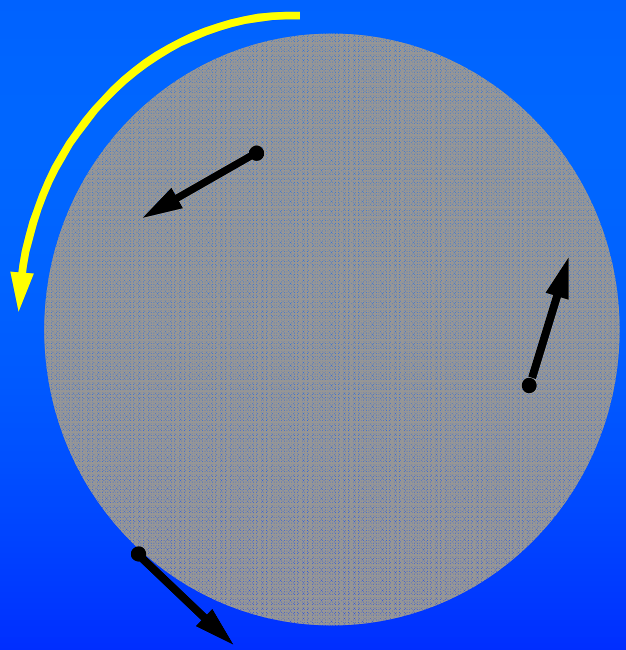
Sada izučavamo ugaonu kinematiku. Mi ćemo definisati ugaono kretanje specificirajući ugaoni pomeraj (rotacionu poziciju u odnosu na neku osu), ugaonu brzinu i ugaono ubrzanje.

Ako mi nazovemo osu z kao osu rotacije, ugaona brzina se definiše $\omega_{srednja} = \Delta\theta / \Delta t$, gde je $\Delta\theta$ ugaoni pomeraj rotacionog objekta u intervalu vremena Δt. Što je interval vremena Δt kraći srednja brzina postaje trenutna brzina u trenutku t

"Sačekajte momenat! Brzina je vektor! Koji je pravac za ω?"

Razmatrajmo naš točak.

Ovde je vektor trenutne linearne brzine i ovde ...i ovde.

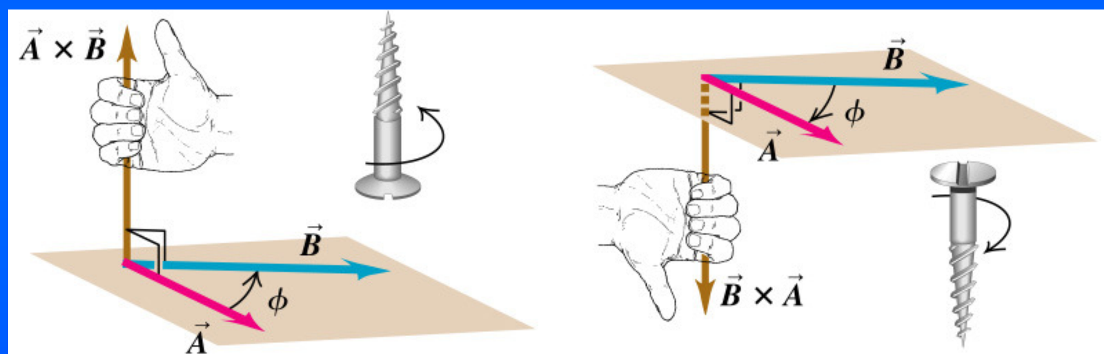


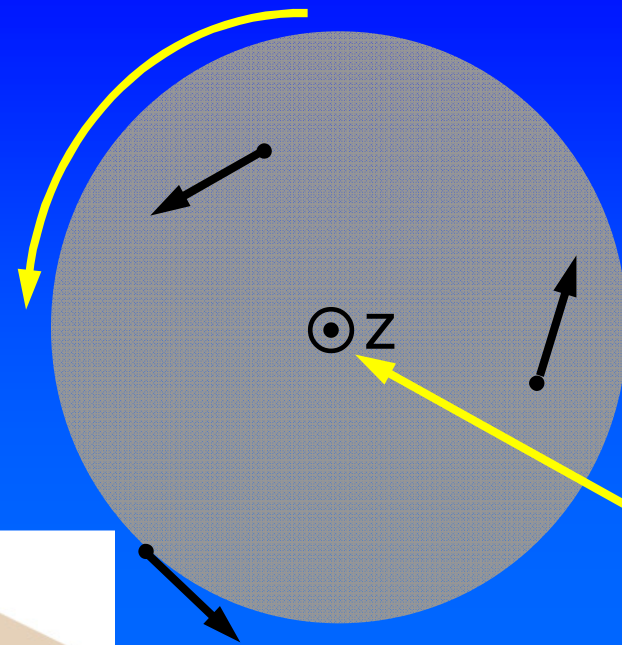
Kako da definišemo jedinstveni pravac za ugaonu brzinu?

Ako postavimo x i y ose u ravni točka, tada točak rotira oko ose, koja stoji normalno na tu ravan.

Mi obično nazivamo tu osu z-osom.

Pravac za ω je duž z-ose, normalno na točak i smer je određen pravilom desne ruke.



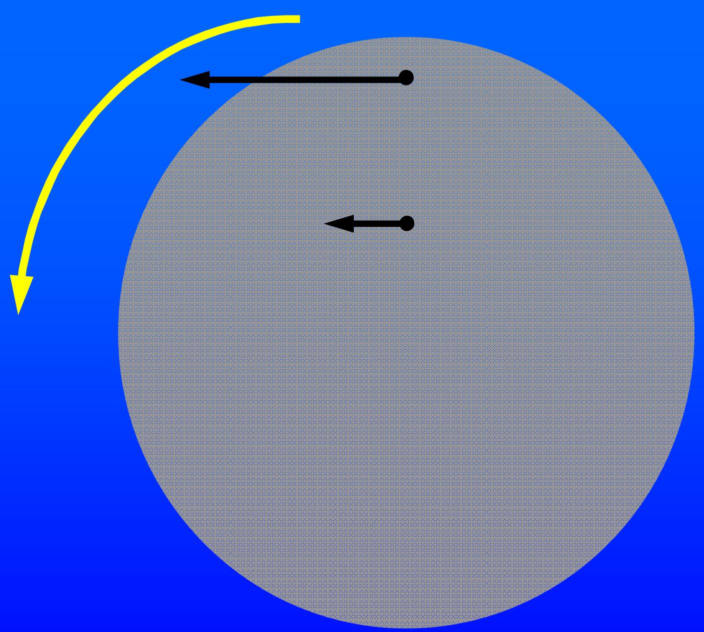


Smer zavisi od pravca rotacije: suprotno kretanju kazaljke na časovniku je pozitivni smer a negativni smer je u pravcu kretanja kazaljke na časovniku. To je stvar konvencije.

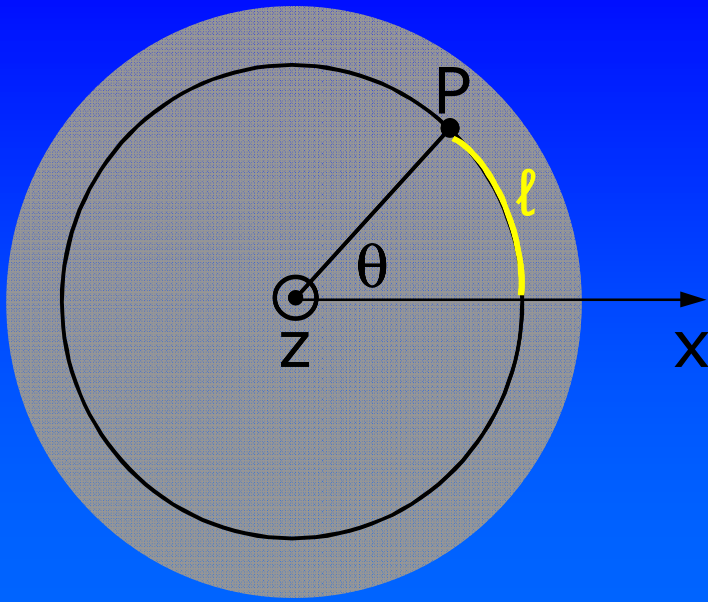
Ovaj simbol nam govori da strelica dolazi ka nama

Notirati da sve tačke na telu rotiraju sa istom ugaonom brzinom (one sve naprave jedan obrt za isto vreme)

Šta je sa tangencijalnom (linearnom) brzinom na različitim mestima?



Ugaona brzina $\omega_{z,srednja}=\Delta\theta/\Delta t$

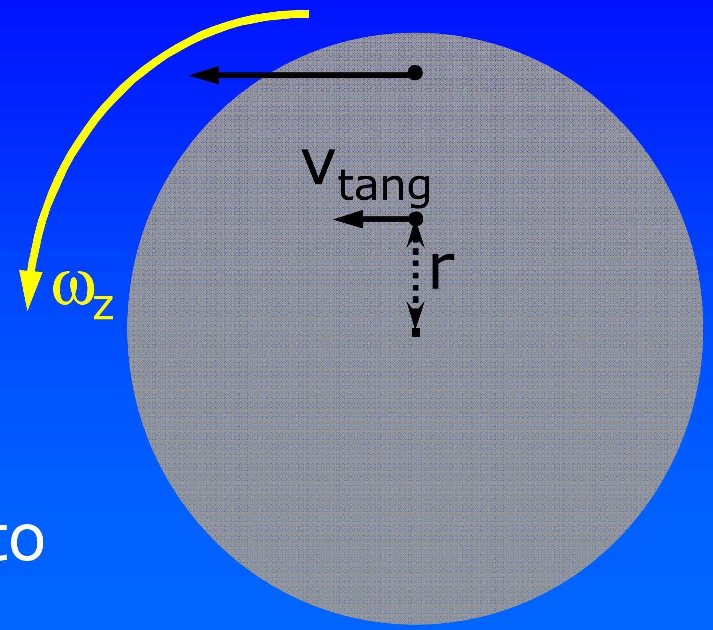


Definisaćemo sada ugaono ubrzanje.

$\alpha_{z,srednje}=\Delta\omega_z/\Delta t$, gde je $\Delta\omega_z$ promena ugaone brzine rotirajućeg objekta za vreme Δt.

Oznaka z na ω i α nam govore da se rotacija odnosi na neku osu, u ovom slučaju osu "z."

Pošto tačke na rotirajućem objektu takođe imaju trenutno linearno kretanje, linearno i uagaono kretanje moraju biti povezani.



Tu tangencijalnu (linearnu) ili periferijsku brzinu dobijamo prosto iz relacija

$$\theta = l/r \quad \text{ili } \Delta\theta = \Delta l / r \quad \text{ili } \Delta l = r\Delta\theta \Rightarrow v_{linearna} = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{r\Delta\theta}{\Delta t} = r\omega$$

$$\text{Analogno za tangencijalno ubrzanje imamo}: \alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\Delta v_{linearno}}{r\Delta t} = \frac{a_{tangencijalno}}{r} \Rightarrow a_{tangencijalno} = r\alpha$$

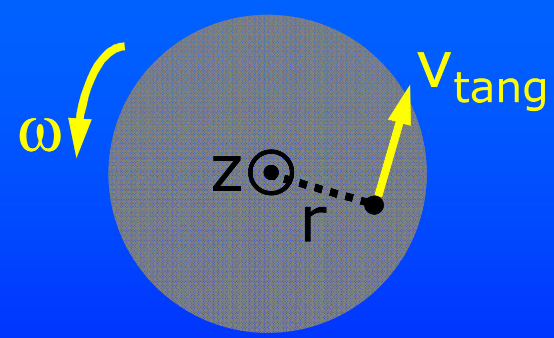
Ubrzanje ima tangencijalnu i radijalnu komponentu. Ukupno ubrzanje je vekorsi zbir ove dve komponente

$$\boxed{\vec{a} = \overrightarrow{a_\perp} + \vec{a}_{\tan}}$$

Mi često koristimo frekvenciju i period rotacije:

$$\boxed{\nu = \frac{\omega}{2\pi} \text{ i } T = \frac{1}{\nu}}$$

Primer 1: Kolika je linearna brzina i ubrzanje deteta koje sedi na rotirajućem stolu na rastojanju 1.2 m od centra, ako sto izvrši jednu rotaciju ravnomerno u 4.0 s?



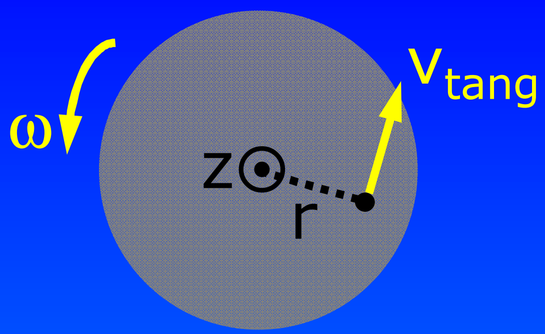
$\omega_z = 2\pi/4\ s^{-1}$

$v_{tang} = r\omega_z = (1.2\ m)\ (\pi/2\ s^{-1})$

$$\boxed{v_{tang} = 0.6\pi\ m/s}$$

$\alpha_z = 0$ (ugaona brzina se ne menja)

$a_{tang} = r\alpha_z = 0$



$a_{radial} = a_r = (0.6\,\pi\ m/s)^2 / (1.2\ m)$

$a_r = 2.96\ m/s^2$

Ukupno ubrzanje je vektorski zbir od radijalnog i tangencijalnog ubrzanja:

$\vec{a} = 2.96\ m/s^2$, prema centru stola

Nove formule u ovoj sekciji:

$\omega_{z,avg} = \Delta\theta/\Delta t \qquad \alpha_{z,avg} = \Delta\omega_z/\Delta t$

$v_{tang} = r\omega_z \qquad a_{tang} = r\alpha_z$

$a_{radial} = a_R = R\omega_z^2$

Kinematske jednačine za uniformno ubrzano rotaciono kretanje

ANALOGIJA

linearne	**ugaone**
$v_x=v_{0x}+a_xt$	$\omega_z=\omega_{0z}+\alpha_zt$
$x=x_0+v_{0x}t+\frac{1}{2}a_xt^2$	$\theta=\theta_0+\omega_{0z}t+\frac{1}{2}{}_{\alpha z}t^2$
$v_x{}^2=v_{0x}{}^2+2a_x(x-x_0)$	$\omega_z{}^2=\omega_z{}^2+2\alpha_z(\theta-\theta_0)$

nove

Primer 2. Koliko obrta je napravio motor dok se ubrzavao ako je krenuo iz stanja mirovanja i dostigao ugaonu brzinu od 20,000 rpm (revolution per minute) za 5 minuta? Pretpostaviti konstantno ugaono ubrzanje.

Prvo se računa α,

$$\alpha_{z,avg}=\Delta\omega_z/\Delta t$$

$$\alpha_{z,avg}=(\omega_f-\overset{0}{\omega_i})/(t_f-\overset{0}{t_i})$$

$$\omega_f=(20000\text{rev/min})(\text{min}/60\text{s})(2\pi\text{ radians/rev})$$

$$t_f=(5\text{ min})(60\text{ s/min})$$

$$\alpha_{z,avg}=7.0\text{ rad/s}^2$$

Sada se ukupan računa ugao koji je motor napravio.

$$\theta=\theta_0+\omega_{0z}t+½\alpha_z t^2$$

$$\theta=½\ (7.0\ \text{rad/s}^2)\ (300\ \text{s})^2$$

$$\theta=3.15\text{x}10^5\ \text{radiana}$$

Pri svakoj rotaciji motor napravi ugao od 2π radiana tako da je broj obrta N,

$$N=(3.15\text{x}10^5\ \text{radians})(\text{obrta}/2\pi\ \text{radiana})$$

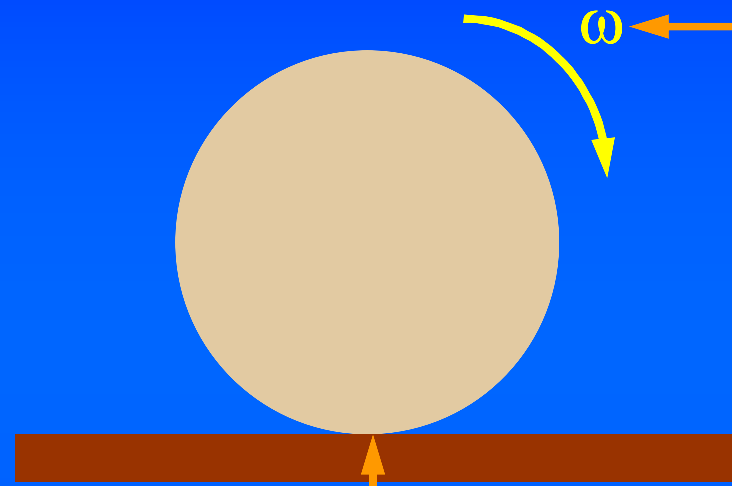
$$\boxed{N=5\text{x}10^4\ \text{obrta}).}$$

Kotrljanje

Mnoga rotaciona kretanja sadrži objekat koji se kotrlja.

Kotrljanje bez klizanja sadrži i translaciono i rotaciono kretanje.

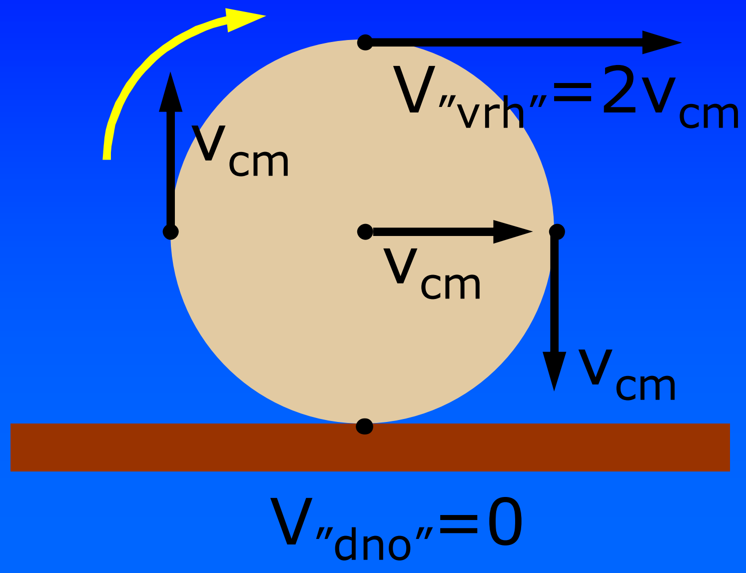
Trenje između objekta koji se kotrlja i površine podloge je statičko jer se kontaktna tačka objekta i površine ne kreće.



Ova tačka na točku je trenutno u miru ako točak ne proklizava.

Illustracija za ω na slici nije odgovarajuća; pravac i smer za ω treba da bude normala na ekran i ka njemu

Ovde su neke činjenice koje treba da znate o kotrljanju bez klizanja.



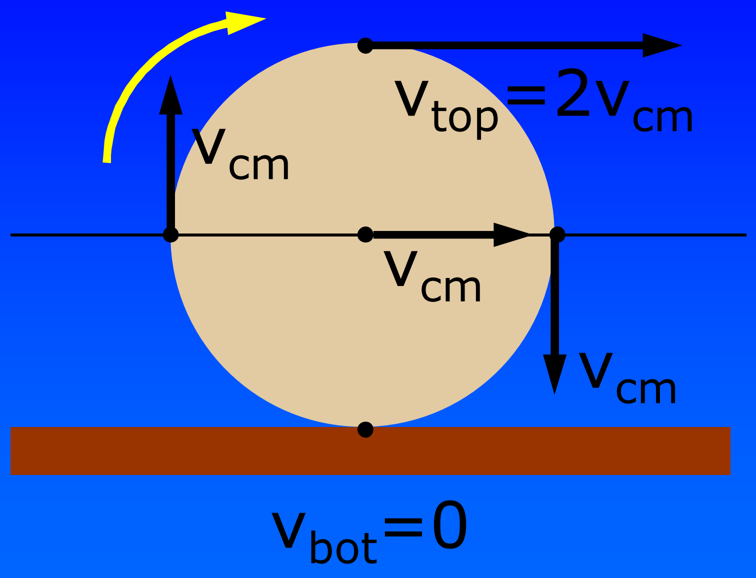
Tačka dodira kotrljajućeg objekta u kontaktu sa podlogom je u stanju mirovanja.

Centar točka se kreće brzinom centra mase.

Tačka na "vrhu" točka se kreće sa brzinom koja je dva puta veća od brzine centra mase.

Dve bočne tačke na nivou centra mase se kreću vertikalno sa brzinom centra mase.

Šta je važno za nas ako se neki objekat kotrlja bez klizanja? Mi možemo koristiti naše formule za ω_z i α_z, koristeći se translacionom brzinom objekta.



$$v_{CM}=r\omega_z$$

$$a_{CM}=r\alpha_z$$

Ove relacije su značajne kad budemo izučavali kinetičku energiju rotirajućeg objakta.

Primeri rotacije ljudskog tela